

# 人工智慧基礎數學 (I)

## AI Mathematic Fundamental -- Introduction

Yung-Chen Chou Ph.D.

E-mail: [yungchen@gmail.com](mailto:yungchen@gmail.com)

Web: <http://140.134.53.58/~yungchen>

iSchool @ FCU

Aug. 8, 2021

- 指數函數
- 對數函數
- 三角函數

各種函數

向量、矩陣、微積分

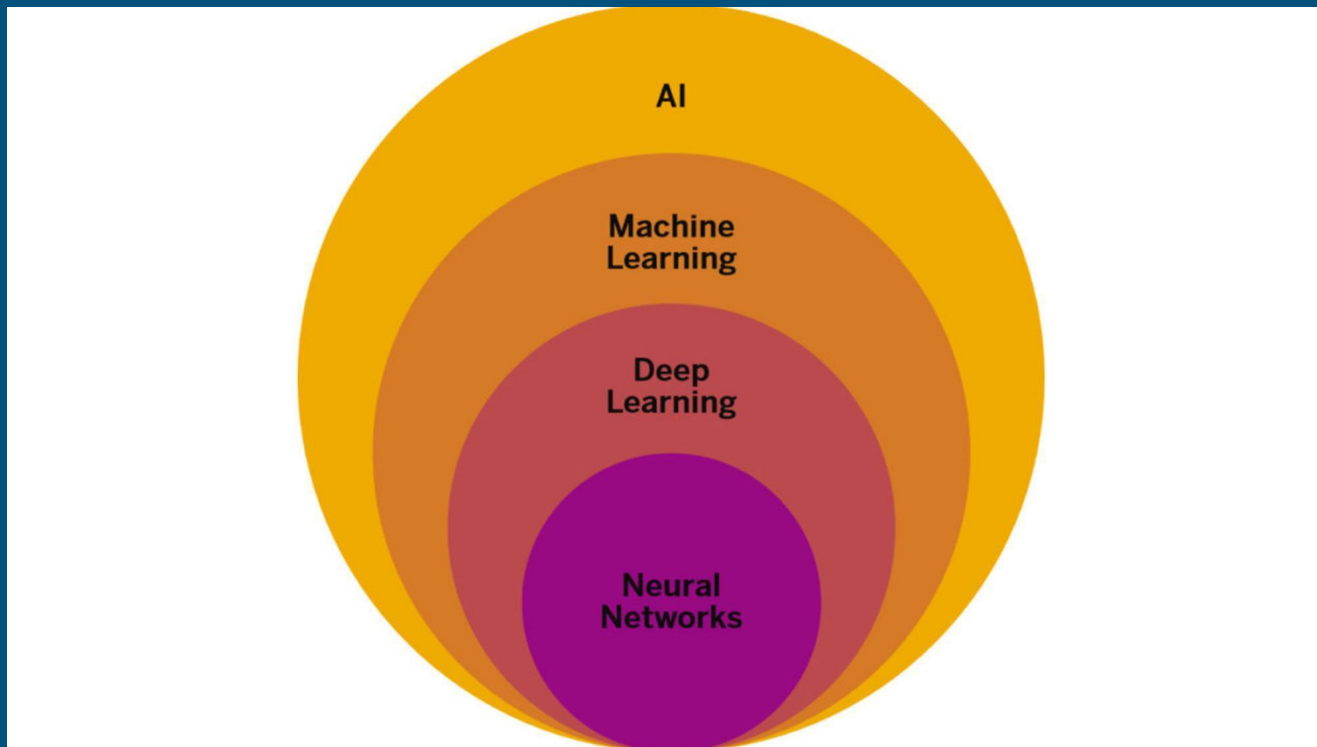
座標與圖形、二次  
函數、聯立方程式/  
不等式

一次函數與截距  
⇒ 二次函數最大值/最小值  
⇒ 聯立方程式與不等式求  
解  
⇒ 最小平方法求誤差最小值

抽象符號數學式、集  
合與機率

以數思考入門  
⇒ 機率基本觀念  
⇒ 貝氏定理

# 機器學習與 AI 的關係



# 暖身

- 5位同學共有2000元經費，請問他們可以選擇哪一種價位的餐廳？
- 某位日本好友多年以來一直想要開一間咖啡館，想用最好的食材製作咖啡、飲料及餐點。他在人潮眾多的車站前找到一間已經裝潢好且有基本餐飲設備的店面，店租每月30萬日元。經過詢問後，好友估計平均顧客的消費是500日元。概略估計食材 + 消耗品 + 進貨成本大概佔售價的40%。預計每次開店營業時間為12小時，評估後需要僱用2名時薪1000日元的工作人員維持開店需求。請問，這家店每日至少要來多少人老闆才不會虧錢？

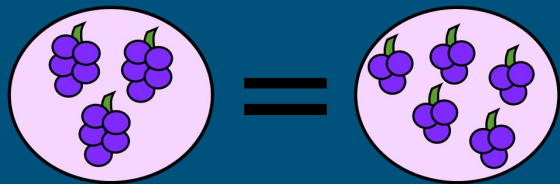
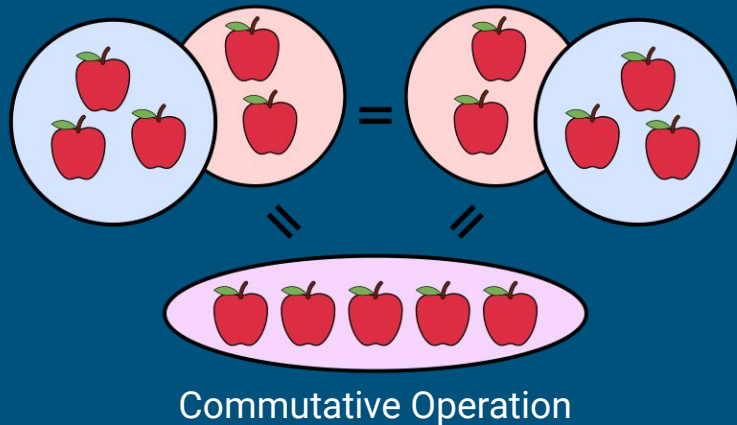
# 暖身

---

- 假設每日平均來客人數為 200人次
  - 每位客人的帶來的業績?
  - 每位客人帶來的 "毛利" 是多少?
  - 一個月的總毛利是多少?
  - 一個月的人事成本是多少?
  - 一個月的 "淨利" 是多少?
- 
- 利潤與來客數的關係數學式子如何表示?

# 暖身

- 交換律 (Commutative Operation)
  - 加法運算 (Addition): Ex:  $x + y = y + x$
  - 乘法運算 (Multiplication) Ex:  $x * y = y * x$
- 非交換律 (Non-commutative Operation)
  - 減法運算 (Subtraction): Ex:  $2 - 1 \neq 1 - 2$
  - 除法運算 (Division): Ex:  $1 \div 2 \neq 2 \div 1$
- 結合律 (Associativity)
  - Ex:  $(1 + 2) + 3 = 1 + (2 + 3)$
  - Ex:  $(2 * 3) * 4 = 2 * (3 * 4)$
- 分配律 (Distributive)
  - Ex:  $3 * (2 + 1) = 3 * 2 + 3 * 1$
  - Ex:  $3 * (2 - 1) = 3 * 2 - 3 * 1$



# 暖身

- 用代數 (Algebra) 計算損益平衡的來客數是多少?

$$\text{利潤} = \text{收入} \times \text{來客數} - (\text{店租} + \text{人事費})$$

$$\text{利潤} = \text{收入} \cdot x - (\text{店租} + \text{人事費})$$

$$0 = 9000 \cdot x - 1020000$$

$$\Leftrightarrow 1020000 = 9000 \cdot x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1020000}{9000} = \frac{9000 \cdot x}{9000}$$

$$\Leftrightarrow 113.3333... = x$$

$\Leftrightarrow$  符號表示為 "is equal to" (實質等價) 的意思

## 減法是負數的加法

$$3 - 2 \neq 2 - 3$$

但是，如果把  $3-2$  看成是  $3 + (-2)$

就會變成  $3 + (-2) = (-2) + 3$  (可符合**交換律**)

**Ex: 結合律**

$$(10 - 7) - 2 \neq 10 - (7 - 2)$$

$$(10 + (-7)) + (-2) = 10 + ((-7) + (-2))$$

## 除法是倒數的乘法

$$10 \div 5 \neq 5 \div 10$$

但是，如果把  $10 \div 5$  換成  $10 \times \frac{1}{5}$

就會變成  $10 \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times 10$  (這樣就可以符合**交換律**)

**Ex: 結合律**

$$(24 \div 6) \div 2 \neq 24 \div (6 \div 2)$$

$$\Leftrightarrow 2 \neq 8$$

$$(24 \times \frac{1}{6}) \times \frac{1}{2} = 24 \times (\frac{1}{6} \times \frac{1}{2})$$

$$\Leftrightarrow 2 = 2$$



## 情況 1

某工廠每個月可以生產 1000 台除溼機，本月該工廠接到一張 600 台的訂單。請問該公司本月剩多少台除溼機?

## 情況 2

某工廠每個月可以生產 500 台除溼機，本月該工廠接到一張 600 台的訂單。請問該公司本月剩多少台除溼機?

## 情況 3

某工廠每個月可以生產  $x$  台除溼機，本月該工廠接到一張 600 台的訂單。請問該公司本月剩多少台除溼機? (請問這個要怎麼寫成數學式子?)

$$\text{剩餘除溼機數} = \begin{cases} x - 600, & \text{if } (x > 600) \\ 0, & \text{if } (x \leq 600) \end{cases}$$

+	加號/正號	plus	%	百分之	per cent (or percent)
-	減號/負號	minus	‰	千分之	per mill (or mil)
×	乘號	is multiplied by	≡	全等號	is equivalent to
÷	除號	is divided by	≈	約等於	is approximately equal to
±	正負號	plus or minus	≈	約等於	is approximately equal to
=	等號	is equal to	∝	與…成比例	varies as
≠	不等號	is not equal to	∞	無限大	infinity
<	小於	is less than	≤	小於等於	is less than or equal to; is no more than
≧	不小於	is not less than	≥	大於等於	is more than or equal to; is no less than
>	大於	is more than			
≯	不大於	is not more than			

$\because$	因為	since; because
$\therefore$	所以	hence
$\pi$	圓周率	pi
$\sqrt{\quad}$	平方根	(square) root
$\int$	積分	integral of
$\Sigma$	總和	summation of
$\angle$	角	angle
$\frown$	半圓	semicircle
$\odot$	圓	circle
$\bigcirc$	圓周	circumference
$\triangle$	三角形	triangle

$^{\circ}$	度	degree
'	分	minute
"	秒	second
$^{\circ}\text{C}$	攝氏	centigrade
$^{\circ}\text{F}$	華氏	(degree) Fahrenheit
&	以及	and (or ampersand)
$f(a)$	$a$ 的函式	the function of $a$
\$	美元	dollar
$\perp$	垂直	is perpendicular to
$\cup$	合集	union of
$\cap$	交集	intersection of

$+$  Plus  
 $-$  Minus  
 $\times$  Multiplied by  
 $\div$  Divided by  
 $\pm$  Plus or minus  
 $>$  Is greater than  
 $<$  Is less than

$=$  Is equal to  
 $\neq$  Is not equal to  
 $\sim$  Is similar to  
 $\cong$  Is congruent to  
 $\infty$  Infinity  
 $>$  Is greater than or equals  
 $\geq$  Is less than or equals

$\Leftrightarrow$  Is equivalent to  
 $\Rightarrow$  Implies  
 $\theta$  Theta  
 $\emptyset$  Empty set  
 $\Delta$  Triangle or delta  
 $\forall$  For all  
 $\pi$  Pi; 3.14159

$\int$  Integral  
 $\cap$  Intersection of two sets  
 $\cup$  Union of two sets  
 $!$  Factorial  
 $\therefore$  Therefore  
 $\sqrt{\quad}$  Square root of

$\overleftrightarrow{AB}$  Line AB  
 $\overrightarrow{AB}$  Ray AB  
 $\overline{AB}$  Segment AB

$\square$  Right angle  
 $\sphericalangle$  Angle  
 $\Sigma$  Sum of

$\{ \}$  Braces (grouping)  
 $[ ]$  Brackets  
 $( )$  Parentheses (grouping)

$\perp$  Perpendicular  
 $\exists$  Exists  
 $\%$  Percent

